



Sociedad Colombiana  
de Ingenieros



Sociedad Tolimense  
de Ingenieros

**XXIII** Seminario  
Nacional  
DE HIDRÁULICA E HIDROLOGÍA

## XXIII SEMINARIO NACIONAL DE HIDRÁULICA E HIDROLOGÍA. IBAGUÉ, 15 AL 17 DE AGOSTO DE 2018

### EVALUACIÓN DE TENDENCIAS EN REGISTROS HISTÓRICOS DE SERIES MÁXIMAS ANUALES PARA MODELAR EVENTOS HIDROLÓGICOS EXTREMOS MODELACIÓN EN EL SITIO Y MODELACIÓN REGIONAL DE VALORES EXTREMOS GENERALIZADOS

John Freddy Caro Soler

Ingeniero Civil Universidad Cooperativa de Ibagué, CM Pontificia Universidad Javeriana Bogotá D.C. Colombia  
[johncaro@javeriana.edu.co](mailto:johncaro@javeriana.edu.co)

Nelson Obregón Neira

Ph.D. en Hidrología, Universidad de California, Davis, U.S.A. Maestría en Ingeniería Civil, Universidad de Los Andes, Bogotá. Ingeniero Civil, Universidad Francisco de Paula Santander, Cúcuta, Colombia. Ocupó cargos de docencia e investigación en la Pontificia Universidad Javeriana y la Universidad Nacional de Colombia. Actualmente es director del Instituto Geofísico. [nobregon@javeriana.edu.co](mailto:nobregon@javeriana.edu.co)

**RESUMEN:** Este artículo presenta el análisis de eventos hidrológicos extremos basados en series máximas anuales (SMA), en registros históricos de 26 estaciones de medición de flujo. Para evaluar los parámetros y cuantiles en el modelo GEV, se comparan diferentes metodologías para estimar los parámetros de la función de distribución, estimación de máxima verosimilitud (MLE), estimación de máxima verosimilitud generalizada (GMLE), bayesiana (B) y el desarrollo de la teoría estándar L-moments y sus desarrollos actuales. El análisis de la hipótesis de ajuste de la distribución de Gumbel a los registros de la estación se realiza mediante la ejecución de la prueba de razón de verosimilitud. El parámetro de forma ( $\kappa$ ) como el más sensible de la función de distribución con  $\kappa \neq 0$  en un rango  $-0,33$  a  $0,26$ , lo que representa que la función de distribución de las 26 estaciones tiene colas pesadas y no es apropiado ajustar la función padre con una distribución VEI. El parámetro más sensible de la distribución es el parámetro  $\kappa$  con respecto a los estimadores y tiene una gran influencia en el pronóstico de los cuantiles.

**PALABRA CLAVE:** No estacionaridad, Eventos hidrológicos extremos.

**ABSTRACT:** This paper presents the analysis of extreme hydrological events based on annual maximum series (SMA), in historical records of 26 flow measurement stations. To evaluate the parameters and quantiles in the GEV model, different methodologies are compared to estimate the parameters of the distribution function, maximum likelihood estimation (MLE), generalized maximum likelihood estimation (GMLE), Bayesian (B) and the development of the standard theory L-moments and its current developments. An analysis of the hypothesis of adjustment of the Gumbel distribution to the station records is made by means of the execution of the likelihood ratio test. The shape parameter ( $\kappa$ ) as the most sensitive of the distribution function with  $\kappa \neq 0$  in a range of  $-0.33$  to  $0.26$ , which represents that the distribution function of the 26 stations has heavy tails and does not it is appropriate to adjust the function parent with a VEI distribution. The most sensitive parameter of the distribution is the parameter  $\kappa$  with respect to the estimators and has a high influence on the prognosis of the quantiles.

**KEYWORD:** Non-stationary, extreme hydrological events.

Mayor Información

Comisión Técnica Permanente  
de Ingeniería de Recursos Hídricos

☎ 57 (1) 5550520 📧 [logistica@sci.org.co](mailto:logistica@sci.org.co)



## 1. INTRODUCCIÓN

En la literatura revisada de eventos extremos en hidrología, es común encontrar términos que asocian los actores y agentes que originan estos fenómenos en la naturaleza, como el cambio climático, la intervención antrópica, la no estacionalidad de los eventos, el cambio de la cobertura de la cuenca, la desertificación del suelo, entre muchos otros. Se busca estudiar los mecanismos que detonan estos fenómenos, para anticipar y generar planes de contingencia con el fin de mitigar los daños ocasionados cuando se presentan. Citando de Hoshin V. Gupta: *“Cuando se conoce la dinámica del sistema que se quiere modelar, partiendo de las observaciones cualitativas y cuantitativas del sistema ambiental, se obtiene una comprensión mental progresiva de lo que parece importante y cómo funcionan las cosas. Esto se fusiona en un “modelo perceptual” subjetivo único para cada persona y condicionado (influenciado por) la experiencia y educación previa”*. (Gupta, Wagener, and Yuqiong Liu 2008). Una de las grandes incógnitas asociadas a esta temática es: ¿Qué nos permite comprender la interacción entre los fenómenos en un sistema ambiental?, esta es una pregunta muy compleja de responder, por ello debemos indagar en los datos de medición que presente el sistema, para tratar de extraer la información implícita que existe, obteniendo un mayor entendiendo de la dinámica del sistema; para una mejor discriminación en el modelo a partir de un sistema de observación.

En este orden de ideas, se presentan dos metodologías para evaluar la modelación de eventos hidrológicos extremos, la primera de estas corresponde a la metodología de Series Máximas Anuales (SMA), la cual se implementa si el parámetro de forma ( $\kappa$ ) es cercano a cero, mediante la función de distribución de valores extremo generalizada GEV, los estimadores de los parámetros más adecuado son los momentos ponderados por probabilidad (PWM) o L-momentos). La otra metodología corresponde a la de Series de Duración Parcial (SDP), aplicada si el parámetro de forma ( $\kappa$ ) es negativo, mediante la distribución de Pareto Generalizada (GP) (Madsen, Rosbjerg, and Rasmussen 1997). Cada una de las metodologías expuestas anteriormente tienen sus fortalezas y niveles de complejidad altos. Para el desarrollo de esta investigación, se aplicó la metodología 1: SMA.

En la Sección 2 se hace una breve revisión de la literatura existente sobre el análisis de frecuencia de inundación desde una modelación en el sitio hasta una modelación regional, en la Sección 3 se presenta una breve descripción del desarrollo matemático de la familia de distribución de valor extremo generalizado GEV (Por sus siglas en inglés), se presentan los diferentes estimadores para los parámetros de la distribución, en la Sección 4 se realiza un caso de estudio con los estimadores propuestos en la sección anterior a 26 estaciones de medición hidrométrica localizadas sobre una región conformada por tres cuencas localizadas en Colombia departamento del Tolima, en la Sección 5 se presentan los resultados y discusión del caso de estudio y en la Sección 6 se presentan las conclusiones.

## 2. REVISIÓN DE LA LITERATURA

En el análisis de frecuencia de inundación, los registros históricos de las Series Máximas Anuales de caudales (SMA) se han implementado como herramienta en donde los registros históricos se ajustan a una distribución de probabilidad, para realizar inferencia de caudales futuros. Las SMA presentan alta asimetría, lo que ha llevado a varios investigadores a diseñar experimentos en busca de la distribución que presente el mejor ajuste a los datos históricos. (Matalas, Slack, and Wallis 1975), estudió las distribuciones más comunes de los 2 o 3 parámetros utilizados en estudios hidrológicos; de sus experimentos concluyó que ninguna de estas distribuciones se ajusta adecuadamente a los registros históricos, debido a la alta variabilidad en la asimetría que presentan las SMA, a lo que denominó *“efecto de separación”*. Debido a que ninguna de las distribuciones utilizadas pudo ajustarse a la distribución subyacente de las inundaciones, los registros generalmente son compuestos, esto quiere decir que las medidas de caudal que se registran corresponden en parte a caudales de escorrentía directa y en caudales de aguas subterráneas, procesos que se dan por diferentes factores, como caudales de lluvia en cuencas

Mayor Información



húmedas, o seca, tormentas orográficas, derretimiento de nieve, etc. (Houghton 1978a), presenta la incorporación de una nueva distribución para el análisis de frecuencia de inundación definida como una función de distribución inversa:  $x(F) = m + a[1 - (1 - F)^b] - c[1 - (1 - F)^{-d}]$  donde  $F \equiv F(x) = P(X \leq x)$ . Denominada la distribución Wakeby, siendo esta, una distribución de 5 parámetros que permite más flexibilidad que los procedimientos de estimación tradicionales con distribuciones de tres o menos parámetros, en donde las observaciones más pequeñas pueden tener un efecto mayor en el lado derecho de la distribución, pero el lado izquierdo no necesariamente agrega información a una estimación de cuantil en el lado derecho, (Houghton 1978b), presenta un procedimiento de estimación de medias incompletas que permite realizar el ajuste de los registros históricos a la distribución Wakeby, en (Singh 1979) se presenta una aplicación de distribución mixta, que sigue los lineamientos propuestos por Houghton.

Por otra parte, en el análisis de frecuencia de inundación es común la transformación de los registros históricos del espacio real a él log-espacio. (Landwehr, Matalas, and Wallis 1978), presenta la diferencia de trabajar los registros históricos en el espacio real, donde en cada estación se evalúa la información de acuerdo con el total de años registrados y al coeficiente de asimetría hallado en la mayoría de las veces es positivo. Lo contrario ocurre cuando los registros se transforman a log-espacio, en donde se resalta la importancia de la distribución Wakeby cumpliendo con el rol de separación, la estimación de parámetros según (Landwehr, Matalas, and Wallis 1979a, 1979b) y los cuantiles de esta distribución basados en momentos ponderados por probabilidad (PWM) según (Greenwood et al. 1979). El uso de distribuciones tradicionales de 3 o menos parámetros y con la evidencia de que las inundaciones presentan distribuciones con colas superiores largas y estiradas, al tratar de ajustar los registros históricos a estas distribuciones, se subestiman los cuantiles extremos, (Landwehr, Matalas, and Wallis 1980), por lo que las diferentes distribuciones proporcionan relaciones de periodo de retorno de magnitud marcadamente diferente, particularmente con periodos de retorno altos, (Cunnane 1985) presenta los factores que afecta la elección de la distribución en el análisis de frecuencia de inundación y la relación de periodos de retorno de magnitud marcadamente diferentes, particularmente en periodos de retorno altos.

Hasta aquí se ha discutido la importancia del análisis de frecuencia de inundación desde una perspectiva de modelación en el sitio, las SMA en el análisis de frecuencia de inundación regional, (ARF) el aspecto de mayor importancia es la dependencia que existe entre la localización de los registros en las diferentes estaciones hidrométricas, ya que los datos de una serie de sitios se combinan para obtener estimaciones de riesgo de inundación en puntos de interés. Por lo general se asume que las distribuciones de frecuencia de inundación subyacente en cada sitio se conocen, que son idénticas e independientes (iid), supuestos que se relaja en la mayoría de las situaciones llevando a resultados de las estimaciones en los cuantiles de inundación muy imprecisos, (Hosking and Wallis 1988), estudia esta problemática, mediante la implementación de experimentos de Monte Carlo, donde diseña un algoritmo basado en PWM regional, para obtener procedimientos estables y robustos para el ARF, incluso si se presentan problemas de heterogeneidad y dependencia entre los sitios, el ARF es más preciso que en el análisis en el sitio. (Hosking and Wallis 1993) se presentan algunas estadísticas y recomendaciones a la hora de implementar un ARF, como la medida de discordancia ( $D_i$ ), la medida de heterogeneidad ( $H$ ), que son temas de investigación activa como (Lilienthal, Fried, and Schumann 2018), donde evalúan la condición en la medida de homogeneidad de Hosking y Walls (HW), establecen la dependencia entre sitios del procedimiento generalizado de HW, enfatizan que la correlación cruzada que se da entre sitios reduce la potencia de la prueba, lo que significa que la heterogeneidad de un grupo de sitios se detecta con menos frecuencia, y por lo tanto los sitios que presentan correlación cruzada, tiende a parecer regiones homogéneas, la solución que presentan es trabajar con distribuciones conjuntas para modelar los registros históricos como distribuciones marginales por GEV y la dependencia entre sitios por una copula de valor extremo, la introducción en la construcción de modelos de valores extremos multivariados a través de copulas se presenta (Durante and Salvadori 2010), la ventajas que presentan trabajar con

Mayor información

copulas es el de considerar un número adecuado de parámetros, característica de gran importancia en las aplicaciones, donde los parámetros tienen una interpretación en términos de nuevas medidas multivariadas de asociación o dependencia, las simulaciones son simples y rápidas, paralelamente también se aborda distribuciones con mayor número de parámetros apoyadas en los desarrollos de los L-momentos presentados por (J. R. M. Hosking 1990), la fortalezas del análisis combinatorio con las estadísticas de orden y la evolución de estas técnicas con las modificaciones como los momentos de alto orden LH-Momentos, que caracterizan la parte superior de las distribución, a si como los eventos más grandes de forma más precisa (Wang 1997), la distribución kappa de cuatro parámetros presentada por Hosking en aplicaciones hidrológicas es abordada en los estudios de (Murshed, Seo, and Park 2014), se estudia sus ventajas por medio de técnicas de experimentación de Monte Carlo investigan el rendimiento de los estimadores LH-momentos siguiendo los estimadores directo de la muestra propuesto por (Wang 1996). Los L-momentos restringidos LT-momentos (Hosking and Balakrishnan 2015), como otra variante de los L-momentos estándar, también se aborda procedimientos no paramétricos en la prueba de homogeneidad en el ARF la prueba HW por medio de pruebas de permutación que generan construcciones de nuevos conjuntos de los datos observados en el contexto de ARF, simulando regiones homogéneas reasignado aleatoriamente cada observación a un sitio determinado la idea subyacente del tal enfoque es que, si la hipótesis nula de homogeneidad es verdadera, entonces los valores de un sitio podrían ocurrir en cualquier otro sitio, la región observada por lo tanto, es una posible permutación de los datos observados, también se presenta la prueba bootstrap, y la prueba Pólya presentadas con mayor detalle en (Masselot, Chebana, and Ouarda 2017).

Para terminar con esta revisión de literatura estos estudios obedecen a los supuesto de que las SMA, las distribuciones de frecuencia de inundación subyacente en cada sitio se conocen, que son idénticas e independientes (iid), y las series son estacionarias, lo que significa que no presentan cambios en la línea del tiempo, pero la realidad de los eventos extremos hidrológicos es la no estacionaridad (Olsen, Lambert, and Haines 1998) revisa el concepto de periodo de retorno y sus implicaciones en el análisis de eventos extremos y en el diseño de obras de ingeniería y planes de riesgo, más reciente (Salas and Obeysekera 2014), que presenta una revisión más extensa y propone metodologías para que se apliquen a los estudios de eventos extremos no estacionarios.

### 3. DISTRIBUCION DE GEV

Las distribuciones de valores extremos, es una familia de distribuciones introducida por (Fisher and Tippett 1928) que involucra tres tipos de distribución de acuerdo con el valor que tome el parámetro de forma " $\kappa$ ", la de Tipo I (EV I) fd Gumbel para  $\kappa = 0$  en un rango  $-\infty < x < \infty$ , la de Tipo II (EV II) fd Frechet para  $\kappa < 0$  en un rango  $\xi + \alpha/\kappa \leq x < \infty$  y la de Tipo III (EV III) fd Weibull para  $\kappa > 0$  en un rango  $-\infty < x < \xi + \alpha/\kappa$ , donde  $\xi \in \mathbb{R}$ ,  $\alpha > 0$  y  $\kappa \in \mathbb{R}$  son los parámetros de localización, escala y forma, (Jenkinson 1955) combinó las tres familias en la distribución de valores extremos generalizados (GEV) con una función de distribución acumulada (FDA):

$$F(x; \xi, \alpha, \kappa) = \begin{cases} \exp\left\{-[1 + \kappa(x - \xi)/\alpha]^{-\frac{1}{\kappa}}\right\} \\ 1 + \kappa(x - \xi)/\alpha > 0, & \kappa \neq 0 \\ \exp\{-\exp[-(x - \xi)/\alpha]\}, & \kappa = 0 \end{cases} \quad [1]$$

Los cuantiles de la fd GEV se dan en términos de los parámetros y de la probabilidad acumulada  $p$  por

$$\begin{aligned} x_p &= \xi + \frac{\alpha}{\kappa} [1 - (\ln(p))^\kappa], & \kappa \neq 0 \\ x_p &= \xi - \alpha \ln(-\ln(p)), & \kappa = 0 \end{aligned} \quad [2]$$

La fd GEV solo tiene una variación finita cuando  $\kappa > -0.5$  y tiene un sesgo finito cuando  $\kappa > -1/3$ . Para  $\kappa < 0$ , el EV II presenta una cola de Pareto tal que  $F(x) = 1 - [(|\kappa|/\alpha)(x - \xi)]^{1/\kappa}$  como

$x \rightarrow \infty$  y para  $\kappa > 0$ , el EVIII tiene un contacto polinómico tal que  $F(x) = 1 - [(\kappa/\alpha)(\xi + \alpha/\kappa - x)]^{1/\kappa}$  como  $x \rightarrow \xi + \alpha/\kappa$  (Martins and Stedinger 2000).

### 3.1 ESTIMADORES DE L-MOMENTOS (L-M)

Los estimadores de los parámetros mediante L-momentos para GEV (J. R. M. Hosking 1990) son

$$z = \frac{2}{3 + \hat{\tau}_3} - \frac{\ln(2)}{\ln(3)};$$

$$\hat{\kappa} = 7.8590z + 2.9554z^2; \hat{\alpha} = \frac{\lambda_2 \hat{\kappa}}{\Gamma(1 + \hat{\kappa})(1 - 2^{-\hat{\kappa}})}; \hat{\xi} = l_1 + \frac{\hat{\alpha}\{\Gamma(1 + \hat{\kappa}) - 1\}}{\hat{\kappa}}$$

La función  $\hat{\kappa}$  es una muy buena aproximación para el valor  $\hat{\kappa}$  en el rango  $(-0.5, 0.5)$ , (Hosking, Wallis, and Wood 1985). Para los estimadores de los L-momentos  $\hat{\lambda}_1, \hat{\lambda}_2, \hat{\lambda}_3$  y  $\hat{\lambda}_4$  se utilizó la estimación directa (Wang 1996).

### 3.2 ESTIMADORES DE MÁXIMA VEROSIMILITUD (MLE)

Dado los supuestos de las SMA que son iid y para la distribución GEV, la función de log-verosimilitud para una muestra de  $n$  observaciones  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  esta dada por

$$\ln[L(\theta|x)] = -n \ln(\alpha) + \sum_{i=1}^n \left[ \left( \frac{1}{\kappa} - 1 \right) \ln(y_i) - (y_i)^{1/\kappa} \right], \quad [3]$$

Donde  $\theta = (\xi, \alpha, \kappa)$  y  $y_i = [1 - (\kappa/\alpha)(x - \xi)]$ , (Hosking, Wallis, and Wood 1985), El MLE de  $\xi, \alpha, \kappa$  se puede identificar resolviendo el siguiente sistema de ecuaciones, que corresponden a poner en cero las primeras derivadas de  $\ln[L(\theta|x)]$  con respecto a cada parámetro (Hosking, Wallis, and Wood 1985). Por

$$\frac{1}{\alpha} \sum_{i=1}^S \left[ \frac{1 - \kappa - (y_i)^{1/\kappa}}{y_i} \right] = 0$$

$$-\frac{S}{\alpha} + \frac{1}{\alpha} \sum_{i=1}^S \left[ \frac{1 - \kappa - (y_i)^{1/\kappa}}{y_i} \left( \frac{x_i - \xi}{\alpha} \right) \right] = 0 \quad [4]$$

$$-\frac{1}{\kappa^2} \sum_{i=1}^S \left\{ \ln(y_i) [1 - \kappa - (y_i)^{1/\kappa}] + \frac{1 - \kappa - (y_i)^{1/\kappa}}{y_i} \kappa \left( \frac{x_i - \xi}{\alpha} \right) \right\} = 0$$

Es apropiado señalar que una de las justificaciones del método de MLE se basa en la teoría de grandes muestras y su rendimiento para evaluar muestras pequeñas como es el caso de las SMA, pueden generar datos absurdos en el parámetro de forma  $\kappa$ , en la fd GEV, cómo se evidencia en un ejemplo citado por (Martins and Stedinger 2000),

### 3.3 ESTIMADORES GENERALIZADO DE MÁXIMA VEROSIMILITUD (GMLE)

EL GMLE se caracteriza partiendo del que el parámetro  $\kappa$  de la distribución GEV corresponde una función de densidad de probabilidad (pdf)  $f(x|\xi, \alpha, \kappa)$  que es una variable aleatoria cuyo rango es  $[\kappa_L, \kappa_U]$  con una densidad previa  $\pi(\kappa)$  y de acuerdo a las características que se presentan en la hidrología se encuentra que el rango más probable para  $\kappa$  es  $-0.3 \leq \kappa \leq 0$  (Martins and Stedinger 2000), los cuales definieron que la función previa corresponde a una distribución beta  $\pi(\kappa) = (0.5 + \kappa)^{p-1} (0.5 - \kappa)^{q-1} / B(p, q)$ , entre  $[-0.5, +0.5]$ , con  $p = 6$  y  $q = 9$ , donde  $B(p, q) = \Gamma(p)\Gamma(q)/\Gamma(p + q)$ . Tiene  $E[\kappa] = -0.10$  y  $Var[\kappa] = (0.122)^2$ .

Una vez que se elige la función previa  $\pi(\kappa)$ , la densidad conjunta se calcula como  $GL = (\xi, \alpha, \kappa|x) = L(\xi, \alpha, \kappa|x)\pi(\kappa)$ , que muestra la relación entre la función de verosimilitud generalizada (GL) y la función de verosimilitud. La relación entre GL y MLE está dada por  $\ln[GL(\xi, \alpha, \kappa|x)]$  es igual a la ecuación [3] mas  $\ln[\pi(\kappa)]$ , (Martins and Stedinger 2000). Los estimadores GMLE de los parámetros de  $\xi, \alpha$ , y  $\kappa$  se identifican maximizando la función de log-verosimilitud que corresponde al modo de la distribución posterior de Bayes para los parámetros.

Mayor Información

### 3.4 ESTIMADORES DE BAYES

Las distribuciones normales independientes son las predeterminadas para los parámetros de distribución anterior. El valor para la propuesta predeterminado de la distribución se implementa con un enfoque de paseo aleatorio, mediante la cual se agrega una realización de una distribución  $N(0, 0.1)$  al valor anterior. El desarrollo de los estimadores de Bayes se implementa por medio de la simulación de cadena Monte Carlo Markov (MCMC). El enfoque de MCMC permite determinar la distribución posterior empírica del vector de parámetros. El método MCMC es una alternativa diferente a los métodos numéricos en MLE y GMLE, la idea principal del método es construir una cadena de Markov con la distribución posterior que es una distribución estacionaria y ergódico, después de ejecutada la cadena de Markov, de tamaño  $N$ , para un periodo de quemado  $N_0$ , se obtiene una muestra de la distribución posterior  $\pi(\theta|x)$ , (El Adlouni et al. 2007), un método popular para construir cadenas de Markov es a través del algoritmo Metropolis-Hastings (MH) (Metropolis et al. 1953). Cada parámetro se actualiza utilizando un algoritmo de Metropolis de paseo aleatorio con una densidad de propuesta gaussiana centrada en el estado actual de la cadena. En esta investigación para las 26 estaciones hidrométricas se implemento cadenas de tamaño  $N = 20000$  con un periodo de quemado de  $N_0 = 5000$  valores. En todas las estaciones una muestra de  $N - N_0 = 15000$  valores se obtienen de la distribución posterior de cada uno de los parámetros.

Para resolver los estimadores MLE, GMLE, Bayes se implementó el uso de las librerías de extRemes 2.0 en el paquete de programación R, (Gilleland and Katz 2016), donde se implementa el enfoque propuesto por (Martins and Stedinger 2000).

## 4. CASO DE ESTUDIO

Se aplicaron los estimadores presentados en la sección anterior a una serie de 26 estaciones hidrométricas localizadas en tres cuencas de Colombia, en el sur del Departamento del Tolima, comprenden un área del 51.10% del territorio del departamento. Los registros históricos comprenden los años 1961-2013, la selección de estas cuencas obedece al conocimiento por parte de los autores a su alta intervención antrópica; ya que la región es una zona de alto desarrollo agrícola y de alta explotación minera, se hace con el objetivo de cruzar la información con las tendencias que presenten los registros para tener un panorama más claro a los cambios y si estos se deben en efecto al cambio climático o a cambios antrópicos o ambos.

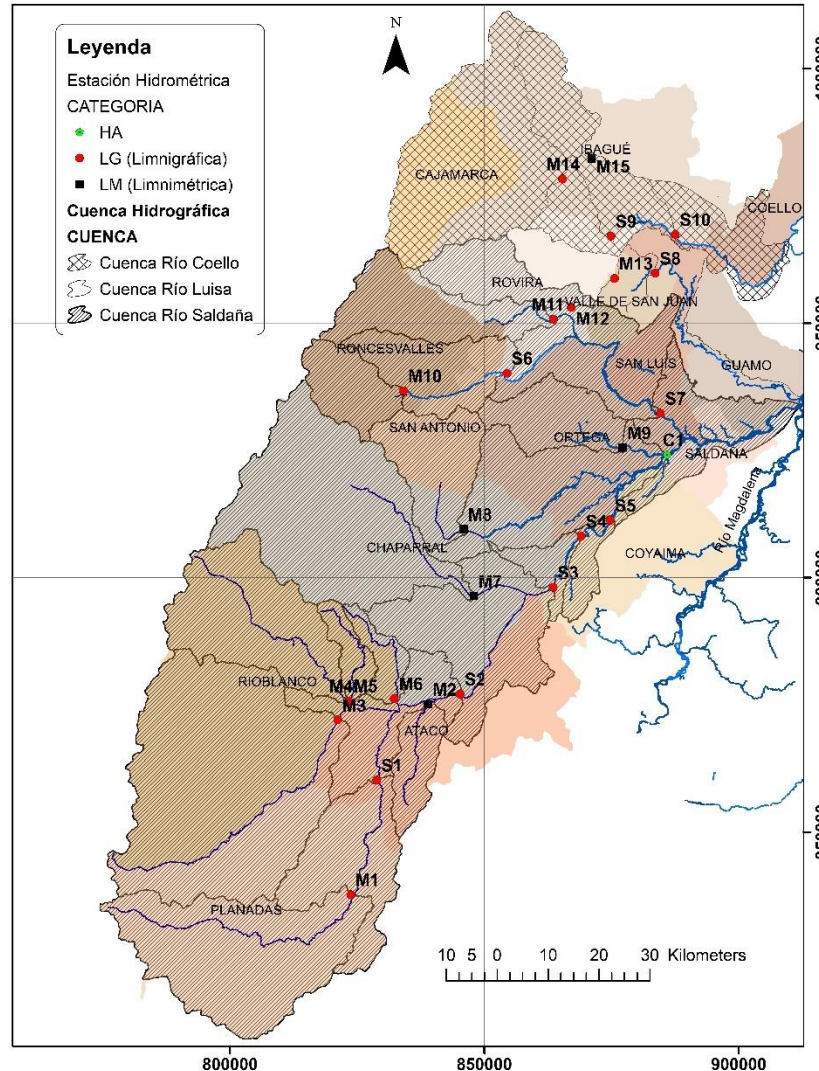
En la Tabla 1 se resumen las características más relevantes. Las cuencas son tributarias del Río Magdalena, en el Mapa 1 se codifican las estaciones de acuerdo con su localización hidrográfica, 15 estaciones se identifican como cuencas menores **M#** y 10 como Subcuencas **S#**, y 1 como cuenca **C1** que corresponde a la cuenca baja del Río Saldaña en donde convergen las cuencas menores M1-M12 y subcuencas S1-S7, la región de estudio se caracteriza por la alta intervención que presentan las cuencas menores con actividades de minería de material de arrastre en las zonas medias, bajas, y explotación de otros recursos mineros. La estación **S7** estación limnigráfica Corea corriente río Cucuana fue suspendida en 1993 con un total de 19 años de registros los cuales se tuvieron en cuenta para indagar tendencias, debido a la alta intervención de la cuenca baja del Río Cucuana por la explotación de material de arrastre y la demanda de caudal por el distrito de riego Usocoello localizado a 14 Km aguas arriba de la intercepción con el Río Saldaña.

### 4.1 TRATAMIENTO A LOS REGISTROS SMA

Para evaluar la presencia de datos atípicos en el presente investigación, como punto de referencia se manejó el método del Water Resources Council (1981), explicado a detalle en (Chow et al. 1994), encontrado que de las 26 estaciones hidrométricas, los registros reportados no presentan datos atípicos, lo que nos da una base de datos conformada por 921 registros anuales en el área de estudio. En el análisis

Mayor Información

se permitió que algunas estaciones presentaran registros faltantes con un máximo de 2 años consecutivos, y el año hidrológico se consideró aceptable si los meses faltantes no hacen parte del primer semestre del año entre los meses de marzo a junio ya que los caudales máximos el 80% se presentaron en este semestre. Los caudales máximos registrados en la región se dan en el mes de abril de 1980 con un caudal registrado de  $2647 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$  en la Subcuenca S3 estación LG Bocatoma el Triángulo corriente Río Saldaña y en el mes de abril de 2012 con un caudal registrado de  $3522.00 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$  en la Cuenca C1 estación LG Piedra de Cobre.



**Mapa 1** Localización de estaciones de medición de caudales subcuencas de estudio. Cartografía base escala 1:100000 Fuente (“Instituto Geográfico Agustín Codazzi” n.d.)IGAG.

#### 4.2 ANÁLISIS DE TENDENCIA EN LOS REGISTROS SMA

Para el análisis de tendencias en las 26 estaciones hidrométricas con SMA, se implementó la prueba no paramétrica de Mann-Kendall (1975), (Kendall and Gibbons 1990) y el método de la pendiente de Sen (Sen 1968) tomando los supuestos del modelo de que las series son iid, se plantea la hipótesis nula  $H_0$ : No existe una tendencia en la serie, contra la hipótesis alterna  $H_1$ : Hay una tendencia en la serie. El nivel de significancia para el cual no se acepta la hipótesis  $H_0$  es el  $p$ -valor asociado con el test de MK es menor o igual que un 5% la  $H_0$  será rechazada estadísticamente. (Kendall and Gibbons 1990).

También se consideró la posibilidad de evaluar tendencias temporales en los datos mediante modelos lineales generalizados (Clarke 2002), que es un método paramétrico pero que es restrictivo ya

Mayor información

que las distribuciones GEV deben ser de tipo VEI Gumbel los valores del parámetro  $\kappa$  por los estimadores de los L-momentos para las 26 estaciones hidrométricas muestran un resultado  $\kappa < 0$  y el 32% de las estaciones no se ajusta con la hipótesis de distribución Gumbel.

**Tabla 1** Características de las estaciones hidrométricas implementadas en la región de estudio.

CUENCA	Codigo Estación	Nombre Estación	Codigo Mapa 1	Q max m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup>	Fecha	n*	Periodo	Observación	Área		CORRIENTE	ALTITUD (msnm)
									Cuenca (Km <sup>2</sup> )	Subcuenca (Km <sup>2</sup> )		
RÍO SALDAÑA (ÁREA=9912 Km <sup>2</sup> )	22027020	GAITANIA	M1	205.00	abr-83	42	1972-2013	Completos	920.82		RÍO ATA	1667
	22027010	EL CONDOR	S1	414.00	jun-09	43	1971-2013	Completos	461.50	1382.32	RÍO ATA	770
	22057050	PTE LA HAMACA	M2	343.40	abr-06	34	1985-2013	Completos	173.74		QDA POLE	552
	22017020	LAS SARDINAS	M3	1036.00	jun-07	37	1976-2013	Completos	1630.21		RÍO SALDAÑA	1190
	22017010	BOCAS	M4	340.50	jun-07	38	1976-2013	Completos	655.57		RÍO ANAMICHU	1175
	22017030	BOCAS	M5	135.90	feb-05	29	1985-2013	Completos	105.28		RÍO BLANCO	1175
	22037010	LA ESPERANZA	M6	184.10	dic-06	34	1980-2013	Completos	108.24		RÍO MENDARCO	580
	22057060	LA MURALLA	S2	1440.00	jun-68	48	1964-2013	Completos	354.82	4055.35	RÍO SALDAÑA	522
	22047010	HDA. EL QUESO	M7	658.20	abr-74	32	1973-2013	Incompleto 1972-2013 años incompletos 1981-1989	1151.64		RÍO AMOYA	418
	22057040	PALMALARGA	S3	2647.00	abr-80	48	1966-2013	Completos	664.88	6226.68	RÍO SALDAÑA	395
	22057090	BOCATOMA TRIANGULO	S4	1211.00	nov-00	25	1985-2009	Falta 2010-2013	106.05	6332.73	RÍO SALDAÑA	560
	22057070	PTE COLACHE	S5	2550.00	abr-06	30	1984-2013	Completos	103.94	6436.66	RÍO SALDAÑA	338
	22067020	BRAZUELO DELICIAS	M8	270.30	may-11	22	1990-2013	Incompleto 1990-2013 años incompletos 2001	370.89		RÍO TETUAN	545
	22067010	PTE ORTEGA	M9	834.00	may-00	40	1971-2013	Años incompletos 1974, 1983, 1994	280.04		RÍO ORTEGA	344
	22057010	PIEDRAS DE COBRE AU.	C1	3522.00	abr-12	44	1970-2013	Completos	660.72	7748.31	RÍO SALDAÑA	316
	22077030	EL DIAMANTE	M10	315.00	sep-68	52	1961-2013	Falta año 1982	231.03		RÍO CUCUANA	1769
	22077070	CALICHAL EL BOSQUE	S6	439.00	dic-07	26	1972-2008	Incompleto 1972-2008 años faltantes 1998-2004 Faltan	360.03	591.06	RÍO CUCUANA	1600
22077050	PIJAITO	M11	288.40	mar-07	22	1992-2013	Completos	418.21		RÍO CHILI	800	
22077060	EL GUAMAL	M12	233.70	may-98	42	1972-2013	Completos	248.96		RÍO TUAMO	650	
22077040	COREA	S7	858.00	jun-75	19	1971-1993	Incompleto 1971-1993 años faltantes 1990-1991 Faltan	504.13	1258.23	RÍO CUCUANA	345	
	Área cuenca baja sin estaciones de monitoreo								401.24			
RÍO LUISA (ÁREA=581 Km <sup>2</sup> )	21187020	PAVO REAL	M13	900.00	abr-81	53	1961-2013	Completos	170.51		RÍO LUISA	712
	21187030	CUCUNUBA	S8	725.00	may-72	42	1971-2013	Completos	84.36	254.87	RÍO LUISA	535
		Área cuenca baja sin estaciones de monitoreo								326.09		
RÍO COELLO (ÁREA=1837 Km <sup>2</sup> )	21217120	PTE CARRETERA	M14	213.00	jun-00	37	1972-2013	Incompleto 1972-2013 años faltantes 2009-2012	962.40		RÍO COELLO	1220
	21217200	EL CARMEN	S9	265.00	jun-09	26	1985-2013	Incompleto 1985-2013 años faltantes 2011-2012	151.18	1113.58	RÍO COELLO	850
	21217260	YULDAIMA	M15	235.70	jun-07	25	1984-2013	Incompletos 1988, 2003-2004 y 2011-2012	225.20		RÍO COMBEIMA	1220
	21217070	PAYANDE	S10	1015.00	may-00	31	1983-2013	Completos	196.10	1534.89	RÍO COELLO	560
	Área cuenca baja sin estaciones de monitoreo								301.98			

n\* Años de registros

### 4.3 ANÁLISIS DE HOMOGENEIDAD SMA

Para la pregunta si las 26 estaciones hidrométricas hacen parte de una región hidrológica homogénea, para la implementación de ARF se calcula la medida de Discordancia (Hosking and Wallis 1993), con el objetivo de identificar los sitios que son totalmente discordantes con el grupo en su conjunto. La discordancia se mide en términos de los L-momentos de los datos de los sitios. También se busca con la escogencia de esta región de estudio, para que los sitios estén en un rango entre 15 a 25 estaciones para lograr las propiedades asintóticas con el periodo de recurrencia de T-100 años (Madsen, Rosbjerg, and Pearson 1997). Para esta investigación solo se implementó la medida de Discordancia como un primer acercamiento de ARF.

## 5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### 5.1 TENDENCIA EN LOS REGISTROS SMA

Una vez realizado el test MK, en los registros históricos de las 26 estaciones hidrométricas de SMA, se encontró que 11 estaciones el 42.30%, presenta tendencias lineales significativos en los caudales registrados, 4 presentan una tendencia lineal positiva que se asocian a un aumento en los caudales por año, estos crecimientos se pueden relacionar a intervenciones en las cuencas por desarrollo urbano, deforestación, cambios del uso del suelo, cambio climático entre los principales factores, las cuencas menores a las que corresponden estas tendencias son M2 Qda. Pole estación Limnigráfica (LM) Pte. La Hamaca con una pendiente de Sen (PS) de 2.34, M6 Río Meandro estación LM La Esperanza con una PS de 1.89, M12 Río Tuamo estación Limnigráfica (LG) El Guamal con una PS. 0.86 y M15 Río Combeima estación LM Yuldaima con una PS 3.94, estas cuatro cuencas menores como se puede observar en el Mapa 1 tiene una influencia con en el desarrollo urbano debido a su proximidad con los

Mayor Información



municipios de Ataco, Río Blanco, Planadas, Rovira y la ciudad de Ibagué lo que explicaría esta tendencia positiva, con respecto a la tendencia negativa encontradas en las cuencas menores M3 Río Saldaña estación LG Las Sardinias con una PS -3.84, M4 Río Anamichú estación LG Bocas con una PS -1.53, Subcuenca S2 Río Saldaña estación LG La Muralla con una PS -7.67, S7 Río Cucuana estación LG Corea (Estación suspendida en 1993) con una PS -9.92, estas cuencas menores y subcuencas hacen parte de la Cuenca de Río Saldaña y sus tendencias decrecientes que tienen que ver con disminuciones de caudal están asociados a la alta intervención en sus cauces debido a la minería y a los distritos de riego que se presenta en estas zonas de la cuenca; con respecto a la cuenca menor M13 Río Luisa estación LG con una PS -2.56 esta tendencia negativa también se asocia a la explotación minera que se realiza en el cauce del río y las cuencas menores M14 Río Coello estación LG Pte. Carretera con una PS -0.897 y la subcuenca S10 Río Coello estación LG Payande con una PS -7.38, que hacen parte de la Cuenca de la cuenca mayor del Río Coello, esta tendencias negativas también se asocian a la explotación minera y distritos de riego presentes. En la Figura 1 se muestran las series de tiempo que presentan una tendencia negativa y los resultados del test de MK se indican en la Tabla 2, para las 26 estaciones hidrométricas.

**Tabla 2** Resumen prueba de tendencia MK, prueba de hipótesis de ajuste de distribución Gumbel para los métodos de estimación MLE y GMLE.

CUENCA	ANÁLISIS DE TENDENCIA MK					ANÁLISIS DE RAZÓN DE VEROSIMILITUD PARA AJUSTE FD GUMBEL POR MLE					ANÁLISIS DE RAZÓN DE VEROSIMILITUD PARA AJUSTE FD GUMBEL POR GMLE				
	Serie\ Prueba	n*	Tau de Kendall	valor-p	Pendiente de Sen	$\xi$	$\alpha$	$\kappa$	valor-p	I.P	$\xi$	$\alpha$	$\kappa$	valor-p	I.P
RÍO SALDAÑA (ÁREA=9912 Km <sup>2</sup> )	M1	42	0.091	0.404	0.393	113.811	24.338	0.069	0.655	0.199	111.680	23.887	0.275	0.679	0.171
	S1	43	0.124	0.245	0.892	182.158	50.117	0.214	0.112	2.521	179.834	49.694	<b>0.316</b>	<b>0.043</b>	4.096
	M2	34	<b>0.343</b>	<b>0.005</b>	<b>2.340</b>	70.176	28.445	<b>0.635</b>	<b>0.002</b>	9.484	72.618	29.817	<b>0.447</b>	<b>0.001</b>	10.950
	M3	37	<b>-0.227</b>	<b>0.047</b>	<b>-3.837</b>	319.373	95.542	0.009	0.942	0.005	309.475	94.942	0.254	1.000	-1.320
	M4	38	<b>-0.283</b>	<b>0.013</b>	<b>-1.529</b>	173.962	36.805	-0.028	0.793	0.069	170.496	38.081	0.210	1.000	-3.520
	M5	29	0.049	0.722	0.218	25.127	11.864	<b>0.362</b>	<b>0.016</b>	5.797	25.061	11.855	<b>0.378</b>	<b>0.005</b>	8.063
	M6	34	<b>0.453</b>	<b>0.000</b>	<b>1.891</b>	56.528	25.249	0.059	0.721	0.128	57.207	27.815	-0.022	1.000	<b>-2E+16</b>
	S2	48	<b>-0.351</b>	<b>0.000</b>	<b>-7.674</b>	851.478	185.732	-0.205	0.065	3.412	850.508	189.984	-0.206	1.000	<b>-2E+16</b>
	M7	32	0.201	0.180	3.875	297.701	112.155	-0.071	0.685	0.164	295.247	117.660	-0.065	1.000	<b>-2E+16</b>
	S3	48	-0.145	0.150	-6.032	1020.805	263.242	0.166	0.139	2.190	1014.076	268.421	0.281	0.084	2.986
	S4	25	-0.120	0.414	-9.353	1117.333	386.077	0.012	1.000	-0.006	1094.002	403.212	0.272	1.000	-0.760
	S5	30	0.214	0.101	13.762	1091.730	278.355	0.151	0.333	0.939	1075.571	274.980	0.311	0.141	2.164
	M8	22	0.233	0.118	3.918	122.100	60.345	-0.147	0.761	0.093	120.031	63.996	-0.117	1.000	<b>-2E+16</b>
	M9	40	0.174	0.103	2.453	149.079	91.547	<b>0.232</b>	<b>0.056</b>	3.664	145.773	91.366	<b>0.326</b>	<b>0.020</b>	5.395
	C1	44	0.111	0.293	8.718	1609.597	488.395	-0.073	0.616	0.251	1603.539	514.777	-0.094	1.000	<b>-2E+16</b>
	M10	52	-0.121	0.203	-0.280	45.234	19.211	0.080	0.429	0.625	44.056	19.353	0.234	1.000	-0.375
	S6	26	-0.191	0.179	-2.227	61.797	31.930	0.222	0.179	1.802	60.377	31.828	<b>0.336</b>	<b>0.057</b>	3.609
M11	22	-0.078	0.632	-0.615	52.164	30.380	0.247	0.085	2.963	51.123	30.604	<b>0.343</b>	<b>0.027</b>	4.894	
M12	42	<b>0.258</b>	<b>0.017</b>	<b>0.863</b>	50.068	20.155	<b>0.499</b>	<b>0.000</b>	14.664	50.521	20.153	<b>0.433</b>	<b>0.000</b>	16.649	
S7	19	<b>-0.320</b>	<b>0.035</b>	<b>-9.922</b>	336.102	126.358	0.138	0.544	0.369	328.604	123.483	0.338	0.161	1.964	
RÍO LUISA (ÁREA=581 Km <sup>2</sup> )	M13	53	<b>-0.299</b>	<b>0.002</b>	<b>-2.557</b>	101.680	66.253	<b>0.238</b>	<b>0.007</b>	7.252	100.138	66.745	<b>0.313</b>	<b>0.003</b>	8.885
	S8	42	-0.159	0.137	-3.313	183.795	105.380	0.169	0.247	1.339	177.680	104.266	0.309	0.106	2.607
RÍO COELLO (ÁREA=1837 Km <sup>2</sup> )	M14	37	<b>-0.245</b>	<b>0.034</b>	<b>-0.897</b>	67.781	23.424	<b>0.258</b>	<b>0.053</b>	3.732	66.980	23.340	<b>0.334</b>	<b>0.018</b>	5.637
	S9	26	0.012	0.947	0.006	115.622	20.081	<b>0.510</b>	<b>0.024</b>	5.107	116.475	20.504	<b>0.412</b>	<b>0.007</b>	7.204
	M15	25	<b>0.402</b>	<b>0.004</b>	<b>3.935</b>	83.487	53.261	-0.133	0.595	0.283	81.961	56.927	-0.122	1.000	<b>-2E+16</b>
	S10	31	<b>-0.282</b>	<b>0.027</b>	<b>-7.375</b>	223.244	106.182	<b>0.359</b>	<b>0.024</b>	5.074	224.521	108.931	<b>0.377</b>	<b>0.007</b>	7.310

$\xi$  = Parámetro de Localización fd. GEV  $\alpha$  = Parámetro de Escala fd. GEV  $\kappa$  = Parámetro de Forma fd. GEV I.P = Índice de probabilidad

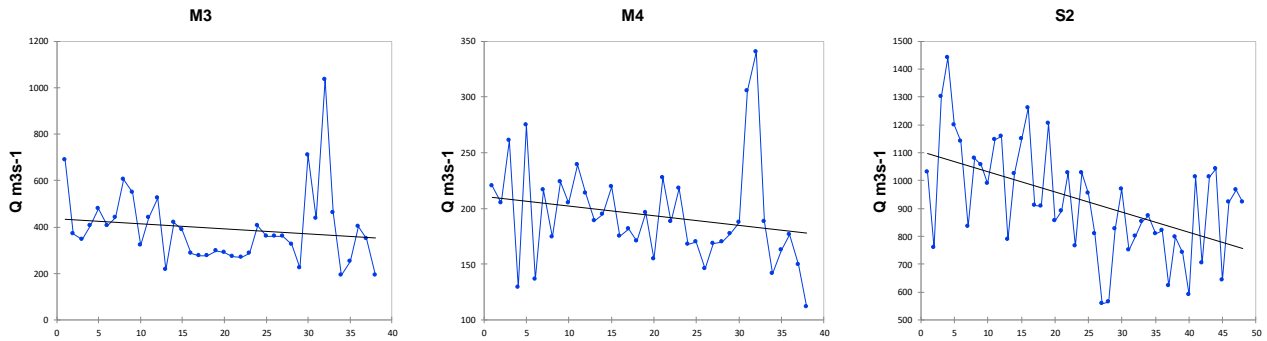
## 5.2 MODELACIÓN LOCAL DE SMA CON FD GEV

Para cada una de las estaciones hidrométricas de la región de estudio, se verifico la hipótesis de ajuste a distribución Gumbel, debido a que el parámetro de forma ( $\kappa = 0$ ), representa un único punto en el espacio de parámetros continuo, por lo que existe una probabilidad de cero de obtener un parámetro de forma estimado que sea exactamente cero. Por lo que es posible ajustar la distribución Gumbel por separado y probar la  $H_0$ : El parámetro  $\kappa = 0$  contra la  $H_1$ : El parámetro  $\kappa \neq 0$  el  $p$ -valor asociado con el test de ajuste Gumbel es menor o igual que un 5% la  $H_0$  será rechazada estadísticamente. (Gilleland and Katz 2016; Katz, Parlange, and Naveau 2002). La prueba se implementó en las librerías de extRemes 2.0 en el paquete de programación R, (Gilleland and Katz 2016) la cual se puede realizar utilizando la prueba de log- verosimilitud para la distribución Gumbel y está dada por

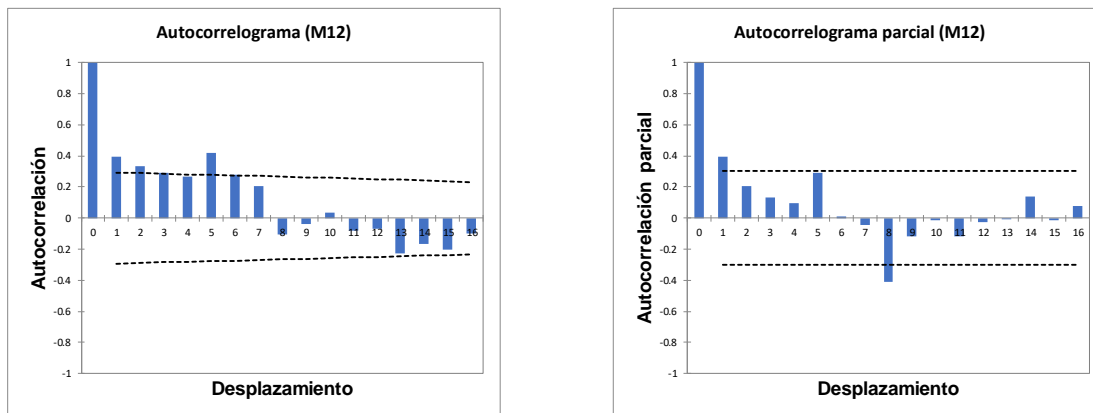
Mayor información

$$\mathcal{L}(\mu, \sigma, \xi; z_1, \dots, z_m) = -m \ln \sigma - \sum_{i=1}^m \left( \frac{z_i + \mu}{\sigma} \right) - \sum_{i=1}^m \exp \left\{ - \left( \frac{z_i + \mu}{\sigma} \right) \right\}. \quad [5]$$

La prueba se puede implementar solo para los estimadores de MLE y GMLE, en la Tabla 2 se presentan los resultados obtenidos para las 26 estaciones, encontrando que el estimador GMLE, no converge cuando el valor  $\kappa < 0$ , el 44% de las estaciones rechaza la  $H_0$  y un 20% no converge, con respecto al estimador MLE el 32% de las estaciones rechaza la  $H_0$  cómo se indica los resultados con las filas sombreadas en la Tabla 2. En la Figura 1 y Figura 2 se muestran resultados para algunas estaciones que presentaron tendencias y autocorrelaciones significativas.



**Figura 1** Análisis a Series de Tiempo de SMA análisis de tendencia prueba no paramétrica de Man-Kendall y Pendiente de Sen solo se muestran algunas de las estaciones que presentaron tendencia negativa para las 26 estaciones hidrométricas del área de estudio. Los Datos completos se muestran en la Tabla 2.



**Figura 2** Análisis descriptivo para las Series de Tiempo de SMA, donde algunas estaciones presentaron autocorrelación solo se muestran los resultados para la estación M12 que sugieren un análisis ARMA.

### 5.3 HOMOGENEIDAD DE LAS SMA PARA UN ARF

Con los L-momentos de la muestra, se calculan los estadísticos L-media, L-CV (coeficiente de variación), L-SK (coeficiente de asimetría) y L-CK (coeficiente de curtosis). Sea  $u_i = [L - CV^{(1)} L - SK_3^{(i)} L - CK_4^{(i)}]^T$  un vector que contenga los valores  $L - CV$ ,  $L - SK_3$  y  $L - CK_4$  para el sitio  $i$ . Dejar (Hosking and Wallis 1993)

$$\bar{u} = N^{-1} \sum_{i=1}^N u_i$$

Es el promedio del grupo. Se define la matriz de covarianza de la muestra

$$S = (N - 1)^{-1} \sum_{i=1}^N (u_i - \bar{u})(u_i - \bar{u})^T$$

Mayor Información

Se define la medida de discordancia para el sitio  $i$  como

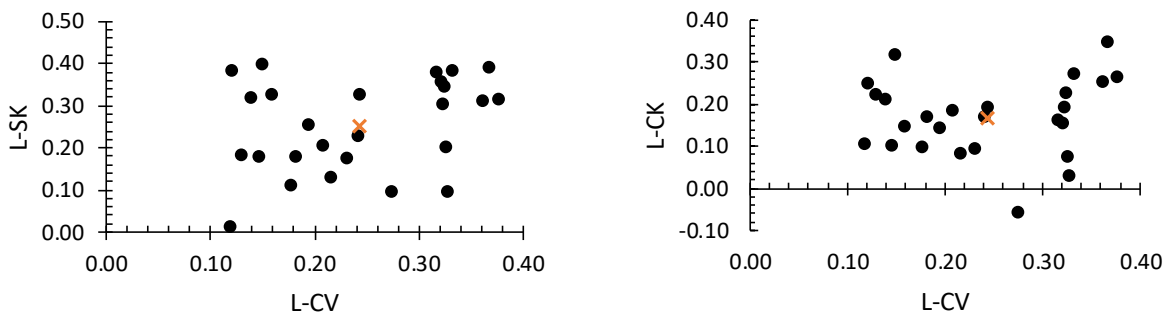
$$D_i = \frac{1}{3} (u_i - \bar{u})^T S^{-1} (u_i - \bar{u})$$

En la Tabla 3 se resumen los estadísticos obtenidos y el valor de la medida de  $D_i$  calculado para cada uno de los sitios, se concluye de los resultados obtenidos que no se evidencia errores graves en los datos, dado que valor mayor de  $D_i$  es de 2.367 para la estación S2 que presenta un alto L-CV y un L-SK bajo es menor de 3, (Hosking and Wallis 1993), en la Figura 2 se observa que la nube de puntos no registran puntos aislados, el punto con el signo  $x$  corresponde a las coordenadas de los valores promedio de L-CV vs L-SK y L-CV vs L-CK, tanto en los datos de la Tabla 3 como en la Figura 2, se puede concluir que en esta etapa el área seleccionada para esta investigación es candidata plausible para ser una región homogénea, por lo que se pueda adoptar una distribución parental de GEV para la región y la diferencia para cada sitio solo equivale a una transformación de escala que generalmente es con relación a la media de cada sitio.

**Tabla 3** Resumen prueba de tendencia MK, prueba Gumbel método MLE Y GMLE

Estadísticas SMA región de estudio								L-Momentos Estimación de Parámetros			
Estación	Mapa	n	L-Media	L-CV	L-SK	L-CK	$D_i$	z	$\xi$	$\alpha$	$\kappa$
22027020	M1	42	128.446	0.147	0.180	0.0997	0.5450	-0.002	112.581	26.785	-0.015
22027010	S1	43	222.609	0.195	0.252	0.1420	0.2170	-0.016	183.257	54.972	-0.124
22057050	M2	34	109.914	0.322	0.356	0.1532	0.9750	-0.035	75.168	36.991	-0.271
22017020	M3	37	375.719	0.183	0.177	0.1670	0.4020	-0.001	318.012	98.143	-0.011
22017010	M4	38	194.129	0.130	0.182	0.2221	1.3090	-0.002	172.862	35.694	-0.018
22017030	M5	29	37.550	0.333	0.383	0.2711	0.6870	-0.040	25.093	12.353	-0.307
22037010	M6	34	72.659	0.231	0.175	0.0948	0.2170	-0.001	58.586	24.041	-0.008
<b>22057060</b>	<b>S2</b>	<b>48</b>	<b>927.371</b>	<b>0.119</b>	<b>0.012</b>	<b>0.1034</b>	<b>2.3670</b>	<b>0.033</b>	<b>856.912</b>	<b>193.041</b>	<b>0.264</b>
22047010	M7	32	356.016	0.216	0.129	0.0804	0.4110	0.008	295.247	117.660	0.065
22057040	S3	48	1223.117	0.178	0.260	0.1696	1.5870	-0.017	1024.270	272.132	-0.135
22057090	S4	25	1355.608	0.208	0.203	0.1839	0.2820	-0.007	1111.383	387.547	-0.051
22057070	S5	30	1294.760	0.140	0.319	0.2093	0.8160	-0.028	1121.149	203.713	-0.220
22067020	M8	22	150.279	0.275	0.095	-0.0578	2.2730	0.015	119.354	65.899	0.121
22067010	M9	40	227.018	0.362	0.311	0.2519	0.9750	-0.027	148.591	93.858	-0.209
22057010	C1	44	1856.659	0.177	0.111	0.0967	0.5910	0.012	1603.539	514.777	0.094
22077030	M10	52	57.996	0.150	0.396	0.3162	1.4730	-0.042	49.273	8.348	-0.325
22077070	S6	26	88.092	0.323	0.303	0.1928	0.2850	-0.025	61.112	32.990	-0.198
22077050	M11	22	79.567	0.368	0.388	0.3467	1.9850	-0.041	50.317	28.600	-0.315
22077060	M12	42	76.015	0.317	0.377	0.1593	1.1880	-0.039	52.050	24.154	-0.299
22077040	S7	19	426.958	0.242	0.229	0.1669	0.0350	-0.011	335.195	136.119	-0.090
21187020	M13	53	160.075	0.378	0.315	0.2647	1.3030	-0.028	102.257	68.466	-0.215
21187030	S8	42	263.256	0.327	0.200	0.0747	0.7380	-0.006	189.144	118.642	-0.046
21217120	M14	37	88.258	0.244	0.325	0.1917	0.2160	-0.029	67.552	23.917	-0.228
21217200	S9	26	139.709	0.160	0.326	0.1473	1.2998	-0.030	118.234	24.732	-0.230
21217260	M15	25	108.640	0.328	0.094	0.0298	1.4260	0.015	81.961	56.927	0.122
21217070	S10	31	330.829	0.325	0.344	0.2269	0.3990	-0.033	225.958	115.161	-0.255

$\xi$ = Parámetro de Localización fd. GEV  $\alpha$ =Parámetro de Escala fd. GEV  $\kappa$ = Parámetro de Forma fd. GEV  $D_i$  = Medida de Discordancia



**Figura 3** Proporciones de L-momentos en las SMA del Área de Estudio para evaluar la medida de Discordancia (Hosking and Wallis 1993).

Mayor Información

### 5.4 ANÁLISIS DE FRECUENCIA REGIONAL CON LAS SMA

Para el análisis regional se realizó el ajuste de una curva regional de acuerdo con los registros históricos, se desarrolló el análisis siguiendo los lineamientos propuestos por (Jin and Stedinger 1989), el estimador regional propuesto de PWM/media se reemplaza por L-momentos/media, ya que los procedimientos basados en PWM y en L-momentos son equivalentes (J. R. M. Hosking 1990). Para cada uno de los sitios se estimaron los L-momentos, los cuales se normalizaron por la media para cada sitio  $\lambda_j^i/\lambda_1^i$  para obtener  $\lambda_1^i = 1$  y  $\lambda_j^i = \sum n_i(\lambda_j^i/\lambda_1^i)/\sum n_i$  para  $j = 2,3$  los parámetros  $\kappa, \alpha$  y  $\xi$  de la distribución regional de GEV [1] se estimaron de igual forma para los parámetros en cada sitio por los estimadores de L-momentos.

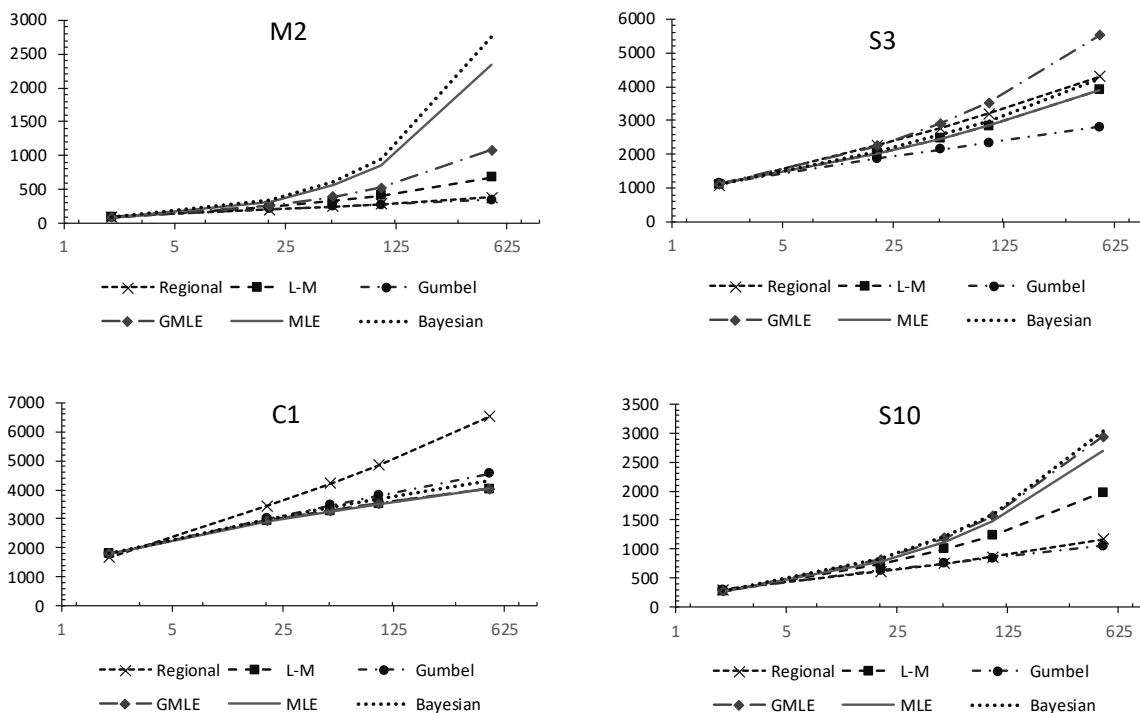
Los estimadores de cuantiles correspondientes regionales se estiman por

$$\hat{x}_p^r = \hat{\xi} + \hat{\alpha}\{1 - [-\log(p)]^{\hat{\kappa}}\}/\hat{\kappa}. \quad [6a]$$

Los estimadores de cuantiles en el sitio por

$$\hat{x}_p^i = \lambda_1^i \hat{x}_p^r, \quad i = 1,2, \dots, N \quad [6b]$$

Donde  $p$  es el nivel de cuantil de interés,  $\lambda_1^i$  el L-media de cada sitio. Las SMA del área de estudio presenta un coeficiente de variación media  $M(CV)=0.245$  un rango  $R(CV)=0.259$  para un rango regional normalizado  $R^*(CV)=R(CV)/M(CV)=1.054$ . La región presenta un CV bajo con baja heterogeneidad, (Lettenmaier, Wallis, and Wood 1987).



**Figura 4** Curvas de cuantiles obtenidas para T 2, 20, 50, 100 y 500 años por los diferentes estimadores para algunas estaciones del área de estudio. Cuenca menor M2 donde los estimadores MLE, Bayesiano generan cuantiles absurdos y se evidencia la sensibilidad de estos estimadores cuando las muestras son cortas.

En la Figura 4 se presenta las gráficas de las relaciones de los cuantiles calculados para cada uno de los estimadores propuestos en esta investigación, solo se grafican algunos de los resultados con las estaciones donde se evidencio los cambios más representativos entre los estimadores de los parámetros de las distribuciones de GEV. La curva menos sensible para los cuantiles más altos es la curva regional que corresponde a la línea punteada con x.

Mayor Información



## 6. CONCLUSIONES

El conocimiento de los fenómenos físicos que se dan en una región geográfica nos permite comprender como se puede desarrollar la dinámica del sistema, además el estudio los datos históricos registrados en dichas regiones nos permiten obtener conocimiento implícito que caracteriza dicha región. Algunos de los agentes que permiten realizar este análisis lo podemos encontrar en el estudio de los cambios físicos, geológicos, dinámica tectónicos de la región, adicionalmente la intervención y el desarrollo antrópico y finalmente los servicios ecosistémicos que caracterizan el área. Esta información, proporciona conocimiento implícito para evaluar de una manera objetiva las causas que han influenciado los cambios en las cuencas, entendiendo realmente las tendencias que se presentan en algunos sitios dentro de la misma región, identificando si los cambios son ocasionados al cambio climático o la interacción de los fenómenos que predominan en la región.

En esta investigación se aplicaron diferentes pruebas estadísticas paramétricas y no paramétricas con el fin de determinar si las 26 estaciones hidrométricas hacían parte de una región homogénea hidrológicamente. Los test paramétricos que se aplicaron a cada una de las estaciones hidrométricas siguieron los estudios basados en diseños experimentales de Monte Carlo, destacándose la prueba de medida de discordancia de (Hosking and Wallis 1993), aplicada en el análisis de frecuencia regional; esto permitió concluir que la región se consideraría homogénea.

Por otra parte, los test no paramétricos como las tendencias lineales de la prueba de Mann-Kendall y la pendiente de Sen, arrojaron que el 42.3% de las estaciones hidrométricas presentaban tendencias significativas. Para el caso del análisis descriptivo de las series de tiempo, se evaluó la autocorrelación y autocorrelación parcial a los registros históricos, encontrando que el 34.6% de las estaciones presentan autocorrelaciones en donde se deberían implementar proceso AR(1), AR(2), ARMA, lo que nos indica lo complejo que se torna el análisis regional de frecuencia de inundación donde los supuestos de iid no se cumplen.

Finalmente, estos análisis determinaron que las estaciones hidrométricas que presentaron estas tendencias están directamente correlacionadas con los procesos de intervención en la región de estudio, tanto por la explotación de los recursos hídricos como por la minería en cuencas medias y en cauces principales. Esta correlación da explicación a las tendencias negativas relacionadas con la disminución en los caudales en zonas bajas de las cuencas y a los aumentos de caudales en inmediaciones de los perímetros urbanos. Este estudio permite concluir que la interacción de los fenómenos físicos que rigen el área de estudio genera mayor impacto que los efectos que conlleva el cambio climático.

## REFERENCIAS

- Chow, Ven Te, David R. Maidment, Larry W. Mays, and Juan G. Saldarriaga. 1994. *Hidrología Aplicada*. Santa Fe de Bogota McGraw-Hill 1994.
- Clarke, Robin T. 2002. "Estimating Time Trends in Gumbel-Distributed Data by Means of Generalized Linear Models: TIME TRENDS IN GUMBEL-DISTRIBUTED DATA." *Water Resources Research* 38 (7): 16-1-16-11. <https://doi.org/10.1029/2001WR000917>.
- Cunnane, C. 1985. "Factors Affecting Choice of Distribution for Flood Series." *Hydrological Sciences Journal* 30 (1): 25-36. <https://doi.org/10.1080/02626668509490969>.
- Durante, F., and G. Salvadori. 2010. "On the Construction of Multivariate Extreme Value Models via Copulas." *Environmetrics* 21 (2): 143-61. <https://doi.org/10.1002/env.988>.
- El Adlouni, S., T. B. M. J. Ouarda, X. Zhang, R. Roy, and B. Bobée. 2007. "Generalized Maximum Likelihood Estimators for the Nonstationary Generalized Extreme Value Model." *Water Resources Research* 43 (3): n/a. <https://doi.org/10.1029/2005WR004545>.
- Fisher, R. A., and L. H. C. Tippett. 1928. "Limiting Forms of the Frequency Distribution of the Largest or Smallest Member of a Sample." *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society* 24 (2): 180. <https://doi.org/10.1017/S0305004100015681>.

Mayor información



- Gilleland, Eric, and Richard W. Katz. 2016. “**extRemes 2.0: An Extreme Value Analysis Package in R.**” *Journal of Statistical Software* 72 (8). <https://doi.org/10.18637/jss.v072.i08>.
- Greenwood, J. Arthur, J. Maciunas Landwehr, N. C. Matalas, and J. R. Wallis. 1979. “Probability Weighted Moments: Definition and Relation to Parameters of Several Distributions Expressible in Inverse Form.” *Water Resources Research* 15 (5): 1049–54. <https://doi.org/10.1029/WR015i005p01049>.
- Gupta, Hoshin V., Thorsten Wagener, and Yuqiong Liu. 2008. “Reconciling Theory with Observations: Elements of a Diagnostic Approach to Model Evaluation.” *Hydrological Processes* 22 (18): 3802.
- Hosking, J. R. M., and J. R. Wallis. 1988. “The Effect of Intersite Dependence on Regional Flood Frequency Analysis.” *Water Resources Research* 24 (4): 588–600. <https://doi.org/10.1029/WR024i004p00588>.
- . 1993. “Some Statistics Useful in Regional Frequency Analysis.” *Water Resources Research* 29 (2): 271–81. <https://doi.org/10.1029/92WR01980>.
- Hosking, J. R. M., J. R. Wallis, and E. F. Wood. 1985. “Estimation of the Generalized Extreme-Value Distribution by the Method of Probability-Weighted Moments.” *Technometrics* 27 (3): 251–61. <https://doi.org/10.1080/00401706.1985.10488049>.
- Hosking, J.R.M., and N. Balakrishnan. 2015. “A Uniqueness Result for L -Estimators, with Applications to L-Moments.” *Statistical Methodology* 24 (May): 69–69–80. <https://doi.org/10.1016/j.stamet.2014.08.002>.
- Houghton, John C. 1978a. “Birth of a Parent: The Wakeby Distribution for Modeling Flood Flows.” *Water Resources Research* 14 (6): 1105–9. <https://doi.org/10.1029/WR014i006p01105>.
- . 1978b. “The Incomplete Means Estimation Procedure Applied to Flood Frequency Analysis.” *Water Resources Research* 14 (6): 1111–15. <https://doi.org/10.1029/WR014i006p01111>.
- “Instituto Geográfico Agustín Codazzi.” n.d. Accessed July 19, 2018. <https://www.igac.gov.co/>.
- J. R. M. Hosking, author. 1990. “L-Moments: Analysis and Estimation of Distributions Using Linear Combinations of Order Statistics.” *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, no. 1: 105.
- Jenkinson, A. F. 1955. “The Frequency Distribution of the Annual Maximum (or Minimum) Values of Meteorological Elements.” *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society* 81 (348): 158–71. <https://doi.org/10.1002/qj.49708134804>.
- Jin, Minghui, and Jerry R. Stedinger. 1989. “Flood Frequency Analysis with Regional and Historical Information.” *Water Resources Research* 25 (5): 925–36. <https://doi.org/10.1029/WR025i005p00925>.
- Katz, R.w. (1), M.b. (2) Parlange, and P. (3) Naveau. 2002. “Statistics of Extremes in Hydrology.” *Advances in Water Resources* 25 (8–12): 1287–1304. [https://doi.org/10.1016/S0309-1708\(02\)00056-8](https://doi.org/10.1016/S0309-1708(02)00056-8).
- Kendall, Maurice George, and Jean Dickinson Gibbons. 1990. *Rank Correlation Methods*. 5th ed. London: E. Arnold; New York, NY: Oxford University Press. <https://trove.nla.gov.au/version/21204985>.
- Landwehr, J. Maciunas, N. C. Matalas, and J. R. Wallis. 1978. “Some Comparisons of Flood Statistics in Real and Log Space.” *Water Resources Research* 14 (5): 902–20. <https://doi.org/10.1029/WR014i005p00902>.
- . 1979a. “Estimation of Parameters and Quantiles of Wakeby Distributions: 1. Known Lower Bounds.” *Water Resources Research* 15 (6): 1361–72. <https://doi.org/10.1029/WR015i006p01361>.
- . 1979b. “Estimation of Parameters and Quantiles of Wakeby Distributions: 2. Unknown Lower Bounds.” *Water Resources Research* 15 (6): 1373–79. <https://doi.org/10.1029/WR015i006p01373>.



- . 1980. “Quantile Estimation with More or Less Floodlike Distributions.” *Water Resources Research* 16 (3): 547–55. <https://doi.org/10.1029/WR016i003p00547>.
- Lettenmaier, Dennis P., James R. Wallis, and Eric F. Wood. 1987. “Effect of Regional Heterogeneity on Flood Frequency Estimation.” *Water Resources Research* 23 (2): 313–23. <https://doi.org/10.1029/WR023i002p00313>.
- Lilienthal, J., R. Fried, and A. Schumann. 2018. “Research Papers: Homogeneity Testing for Skewed and Cross-Correlated Data in Regional Flood Frequency Analysis.” *Journal of Hydrology* 556 (January): 557–71. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2017.10.056>.
- Madsen, H. ( 1, 3,4 ), D. ( 1 Rosbjerg 4 ), and C.p. ( 2 Pearson 5 ). 1997. “Comparison of Annual Maximum Series and Partial Duration Series Methods for Modeling Extreme Hydrologic Events 2. Regional Modeling.” *Water Resources Research* 33 (4): 759–69. <https://doi.org/10.1029/96WR03849>.
- Madsen, H. ( 1, 3,4 ), D. ( 1 Rosbjerg 4 ), and P.f. ( 2 Rasmussen 5 ). 1997. “Comparison of Annual Maximum Series and Partial Duration Series Methods for Modeling Extreme Hydrologic Events 1. At-Site Modeling.” *Water Resources Research* 33 (4): 747–57. <https://doi.org/10.1029/96WR03848>.
- Martins, Eduardo S., and Jerry R. Stedinger. 2000. “Generalized Maximum-Likelihood Generalized Extreme-Value Quantile Estimators for Hydrologic Data.” *Water Resources Research* 36 (3): 737–44. <https://doi.org/10.1029/1999WR900330>.
- Masselot, Pierre, Fateh Chebana, and Taha B.M.J. Ouarda. 2017. “Fast and Direct Nonparametric Procedures in the L-Moment Homogeneity Test.” *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment (SERRA)*, no. 2: 509. <https://doi.org/10.1007/s00477-016-1248-0>.
- Matalas, N. C., J. R. Slack, and J. R. Wallis. 1975. “Regional Skew in Search of a Parent.” *Water Resources Research* 11 (6): 815–26. <https://doi.org/10.1029/WR011i006p00815>.
- Metropolis, Nicholas, Arianna W. Rosenbluth, Marshall N. Rosenbluth, Augusta H. Teller, and Edward Teller. 1953. “Equation of State Calculations by Fast Computing Machines.” *The Journal of Chemical Physics* 21 (6): 1087–92. <https://doi.org/10.1063/1.1699114>.
- Murshed, Md., Yun Seo, and Jeong-Soo Park. 2014. “LH-Moment Estimation of a Four Parameter Kappa Distribution with Hydrologic Applications.” *Stochastic Environmental Research & Risk Assessment* 28 (2): 253.
- Olsen, J.r. ( 1 ), J.h. ( 1 ) Lambert, and Y.y. ( 1 Haimes 2 ). 1998. “Risk of Extreme Events under Nonstationary Conditions.” *Risk Analysis* 18 (4): 497–510. <https://doi.org/10.1111/j.1539-6924.1998.tb00364.x>.
- Salas, J.d. ( 1 ), and J. ( 2 ) Obeysekera. 2014. “Revisiting the Concepts of Return Period and Risk for Nonstationary Hydrologic Extreme Events.” *Journal of Hydrologic Engineering* 19 (3): 554–68. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)HE.1943-5584.0000820](https://doi.org/10.1061/(ASCE)HE.1943-5584.0000820).
- Sen, Pranab Kumar. 1968. “Estimates of the Regression Coefficient Based on Kendall’s Tau.” *Journal of the American Statistical Association*, no. 324: 1379. <https://doi.org/10.2307/2285891>.
- Singh, Krishnan P. 1979. “Comment on ‘Birth of a Parent: The Wakeby Distribution for Modeling Flood Flows’ by John C. Houghton.” *Water Resources Research* 15 (5): 1285–87. <https://doi.org/10.1029/WR015i005p01285>.
- Wang, Q. J. 1996. “Direct Sample Estimators of L Moments.” *Water Resources Research* 32 (12): 3617–19. <https://doi.org/10.1029/96WR02675>.
- . 1997. “LH Moments for Statistical Analysis of Extreme Events.” *Water Resources Research* 33 (12): 2841–48. <https://doi.org/10.1029/97WR02134>.

Mayor Información